
UNE ENTREVUE AVEC
JEAN GIRAUD, À PROPOS
D'ALEXANDRE GROTHENDIECK . . .

propos recueillis par Eric Dumas

Alexandre Grothendieck, né en Allemagne en 1928, arrive en France à l'âge de 13 ans. Il ne tarde pas à s'y faire connaître : après un parcours universitaire et une thèse dirigée par Laurent Schwartz, il prouve ses capacités dans diverses branches des mathématiques. Il étudie en premier lieu l'analyse, en particulier les espaces vectoriels topologiques, approfondissant entre 1952 et 1955 la théorie des distributions de Schwartz ([1] [2] [3]). Se tournant ensuite vers l'algèbre homologique, il précise la notion de cohomologie des faisceaux ([4] et surtout [5]) dont Jean-Pierre Serre avait, le premier, montré l'usage en géométrie algébrique ([6]).

Puis, à partir de 1957, il se consacre à la géométrie algébrique et à la théorie des schémas, poursuivant plusieurs buts. Tout d'abord, à la suite d'André Weil et de Jean-Pierre Serre, il applique la géométrie algébrique à la théorie des nombres pour étudier notamment les conjectures de Weil. Ces conjectures donnent une estimation asymptotique du nombre de solutions d'une vaste classe d'équations diophantiennes, c'est-à-dire d'équations algébriques à inconnues entières. En 1942, André Weil, avec une clairvoyance extraordinaire, a proposé les énoncés ainsi que la méthode de démonstration, en se basant sur les résultats qu'il avait lui-même établis pour les équations issues des courbes algébriques. Il fallut trente ans d'efforts avant que Pierre Deligne ne mette un point final à la démonstration en s'appuyant sur de nombreux travaux, au premier rang desquels ceux de Weil, Serre et Grothendieck.

Mais une telle utilisation de la géométrie algébrique nécessite d'abord sa rénovation, et Grothendieck se lance dans ce travail monumental duquel sortiront ses *Éléments de Géométrie Algébrique* (EGA). Par cet ouvrage, d'une extrême généralité, il étend la géométrie algébrique à l'étude d'équations définies sur des anneaux, et non sur des corps comme on le faisait auparavant, ce qui permet d'attaquer les problèmes posés sur les entiers. C'est ainsi que Faltings résoudra en 1983 la conjecture de Louis Mordell selon laquelle "la plupart des équations polynomiales définissant des

courbes ont un nombre fini de solutions rationnelles", les cas exclus étant déjà compris. C'est aussi par ces méthodes qu'a été proposée une démonstration du théorème de Fermat cette année.

Professeur à l'Institut des Hautes Études Scientifiques (IHES) créé pour lui par Léon Motchane en 1960, Grothendieck reçoit la médaille Fields en 1966 avant d'abandonner l'IHES en 1969, apparemment parce que l'armée intervenait dans son financement.

Par la suite, militant pour la paix et la sauvegarde de l'environnement, il crée le mouvement *Survivre*, enseignant deux ans au Collège de France, un an à l'Université d'Orsay, puis à celle de Montpellier jusqu'en 1990. Pendant cette période, hormis quelques rares exceptions, il n'aura plus de relations scientifiques avec les autres mathématiciens. Puis il rentre au CNRS peu avant de prendre sa retraite.

- [1] A. Grothendieck, *Résultats nouveaux dans la théorie des opérateurs linéaires*, Compte-rendu de l'Académie des sciences de Paris 1954, vol. 239, p 577-579.
- [2] A. Grothendieck, *Produits tensoriels et espaces nucléaires*, Memoirs of the American Mathematical Society, n° 16, 1955.
- [3] A. Grothendieck, *Espaces vectoriels topologiques*, Cours à l'Université de São Paulo, 1958.
- [4] A. Grothendieck, *Théorèmes de finitude pour la cohomologie des faisceaux*, Bulletin de la Société Mathématique de France, 1956, tome 84, p 1-7.
- [5] A. Grothendieck, *Sur quelques points d'Algèbre homologique*, Tohoku Mathematical Journal, 1957, tome 9, p 119-221.
- [6] J.-P. Serre, *Faisceaux Algébriques Cohérents*, Annals of Mathematics, 1955, tome 61, p 197-278.

Mais pour aller au delà d'une biographie sommaire, pourquoi ne pas interroger Jean Giraud, Directeur de la Recherche à l'ENS-Lyon, qui a été élève de Grothendieck ?

E.D. Ce départ et cet isolement peuvent bien sûr susciter de nombreuses questions. Grothendieck avait-il toujours été à l'écart du monde de la recherche ?

J.G. Au contraire ! Il faut bien comprendre que, compte-tenu de sa célébrité tout d'abord, Grothendieck était énormément sollicité, à la fois par ceux qui tenaient à ce qu'il donne son avis sur leurs travaux, et par ceux qui voulaient échanger des idées

avec lui. Il représentait en effet un pôle de connaissances, et surtout une source de création. C'est ce qui explique les passages continus de visiteurs à l'IHES lorsqu'il y enseignait.

Mais ce n'est pas tout : bien que l'on puisse avoir l'impression, en observant sa carrière, qu'il était un génie sorti de nulle part, sans formation précise, et qui recréait les mathématiques à sa façon, n'oublions pas que, comme tout le monde, il utilisait l'héritage de ses prédécesseurs.

De plus, lui-même recherchait le dialogue, parce que c'est un moyen de découvrir des idées, des points de vue nouveaux, et aussi par goût : je me rappelle ses discussions animées avec J.-P. Serre...

E.D. Ils se voyaient souvent ?

J.G. Toutes les semaines : à cette époque, je menais une thèse auprès de Grothendieck, qui enseignait à l'IHES. Les étudiants en mathématiques à Paris avaient alors un mardi bien rempli. Serre donnait son cours au Collège de France le matin, et le séminaire de Grothendieck avait lieu à l'IHES à Bures l'après-midi. Le trajet et le déjeuner étaient l'occasion de discussions entre deux mathématiciens aux styles profondément originaux et différents. Pour nous, c'était fascinant.

E.D. En quoi s'opposaient-ils dans leur manière de penser et de travailler ?

J.G. En fait, leurs styles étaient complémentaires. Serre, sans doute plus précautionneux, donnait l'impression de ne rien dire au hasard, tandis que Grothendieck lançait sans cesse des idées en annonçant "Ça doit être vrai", ce qui se vérifiait souvent.

En effet, sa grande originalité était son intuition et sa capacité à généraliser, à se fier à l'idée "naturelle". Sous des apparences de généralité excessive, il forgeait ainsi des outils d'une efficacité et d'une souplesse extraordinaires. Mais il ne faut pas oublier qu'il menait de front un ouvrage de fondements, les EGA déjà cités, et une avancée créatrice étonnante dans les secteurs les plus en pointe de la recherche, dont les résultats étaient publiés dans le Séminaire de Géométrie Algébrique.

Pour expliquer de manière sommaire les différences entre les styles de Serre et de Grothendieck, je dirais que le premier manipulait plus volontiers les objets (groupes classiques, structures et objets algébriques

liés à l'arithmétique) et que le second a étonné par l'efficacité qu'il a donnée à des méthodes et des concepts très généraux. Une anecdote : je me souviens du jour où Oscar Zariski m'expliqua son admiration pour la manière dont Grothendieck a redémontré son fameux "théorème fondamental des fonctions holomorphes". Alors que la démonstration de Zariski est un chef-d'œuvre d'astuce et d'imagination, celle de Grothendieck consiste à généraliser l'énoncé aux groupes de cohomologies supérieures et à procéder par une récurrence descendante sur le degré. Le plan en est simple et aisé à comprendre, moyennant un investissement conceptuel non négligeable mais utilisable dans bien d'autres cas.

Il ne faudrait pourtant surtout pas croire que les méthodes de l'un étaient incomprises ou inutilisées par l'autre.

E.D. Mais Grothendieck préférait se contenter de donner des idées intuitives et laisser les autres en vérifier la pertinence ?

Pas du tout ! Il m'est arrivé de voir les notes qu'il fournissait à Jean Dieudonné, qui est le coauteur des EGA. Ces "brouillons" étaient en fait extrêmement achevés : Grothendieck était lui aussi très soucieux de rigueur et tout-à-fait capable d'aller jusqu'au bout des vérifications lorsqu'elles étaient nécessaires.

E.D. Et lorsqu'il enseignait, apportait-il également un grand soin à la préparation de ses cours ?

Oui, vraiment, et il faut bien noter qu'il accordait autant d'attention à tous ses élèves, aussi bien les thésards (il en avait jusqu'à dix à la fois !) que les étudiants de premier cycle lorsqu'il a enseigné à l'Université.

E.D. Pourtant, on a du mal à imaginer un tel génie se passionnant pour un enseignement qui devait lui paraître élémentaire. D'une manière plus générale, pouvez-vous me parler de la recherche par rapport à l'enseignement, des attraits de l'un et de l'autre ?

J.G. Je commencerai par les raisons de faire de la recherche. Bien sûr, on peut évoquer le plaisir de la renommée, celui d'imposer son opinion. Mais dans un cas comme celui de Grothendieck, de quelqu'un qui n'a plus rien à prouver, il faut chercher d'autres raisons. A mon avis, la passion du chercheur pour son domaine est celle qui naît de toute activité créatrice

à son plus haut niveau de sophistication : l'attrait provient de la manipulation même des concepts.

Pourtant, je suis convaincu que peu de gens souhaitent et peuvent consacrer toute leur existence exclusivement à la recherche, ne fut-ce que parce qu'il est extrêmement rare de rester créatif très longtemps. Le métier d'universitaire est merveilleux en ce qu'il permet de doser différemment suivant les périodes de son existence les activités de recherche, d'enseignement et d'animation, ou, si vous préférez, les responsabilités administratives.

Ainsi, pour reprendre l'exemple de Grothendieck, on peut penser que son goût pour l'enseignement était dû d'une part à l'envie de changer de type d'activité, et d'autre part à l'opportunité qu'il avait d'être en quelque sorte directement utile à la société, en communiquant son savoir.

E.D. Pourtant, lorsqu'il a quitté l'IHES, ne s'est-il pas exclu de cette société ? N'a-t-il pas d'une certaine manière refusé de léguer à celle-ci le fruit de ses recherches ?

J.G. Peut-être ; d'autant plus qu'il a très certainement continué à faire des mathématiques, mais je n'ai pas d'information. En tout cas, son isolement était volontaire. Pour ma part, je préfère penser qu'il cherchait une nouvelle voie pour se rendre utile aux autres, parce qu'il venait de découvrir qu'il pouvait s'employer à autre chose qu'aux mathématiques. Pierre Samuel, autre mathématicien appartenant au mouvement Survivre, avait, lui, une attitude moins radicale : il ne voyait pas de contradiction entre son activité de mathématicien et sa vie au sein de la société, et il ne s'est pas coupé, comme Grothendieck, du monde des mathématiques.

Je voudrais terminer en disant que ces quelques souvenirs émergés au fil de la conversation ne fournissent en aucune manière un portrait exact d'un mathématicien exceptionnel, mais seulement quelques images dont j'espère qu'elles ne sont pas trop déformées.

